

٤ - أما المقررة التالية فنقدم عليها البرهان بصورة غير مباشرة:

$$T4 \quad p \vee q \rightarrow (\neg q \rightarrow p).$$

البرهان

$$\begin{array}{ll} (1) & p \vee q \quad] \quad \{a\} \\ (2) & \neg q \quad] \\ (3) & \neg p \quad \{a-i-p\} \\ (4) & q \quad \{od: 1, 3\} \end{array}$$

كما هو ملاحظ يمكننا أن نبرهن أي صيغة لها الصورة:

$$\emptyset \vee \varphi \rightarrow (\neg \varphi \rightarrow \emptyset)$$

حيث \emptyset ، φ هي أي صيغ في نظرية حساب القضايا. ونلاحظ أيضاً أن النسق بصفة عامة ينظر إلى البرهان في مثل هذه الحالة على أنه يستند إلى الافتراضات ١، ٢ في البرهان السابق، وخطوات البرهان غير المباشر. وإذا طبقنا القاعدة OD على ١، ٣ فنحصل على φ في الخطوة الرابعة، ومن ثم يصبح البرهان كما يلي:

$$\begin{array}{ll} (1) & \emptyset \vee \varphi \quad] \quad \{a\} \\ (2) & \neg \varphi \quad] \\ (3) & \neg \emptyset \quad \{a-i-2\} \\ (4) & \varphi \quad \{OD: 1; 3\} \end{array}$$

وهذا يناقض الخطوة {٢؛ ٤}

على سبيل المثال: الصيغة:

$$(a) \quad (p \equiv q) \vee p \wedge r \rightarrow [\neg(p \wedge r) \rightarrow (p \equiv q)]$$

هذه الصيغة ترد إلى الصورة:

$$\emptyset \vee \varphi \rightarrow (\neg \varphi \rightarrow \emptyset)$$

حيث نلاحظ أن $(p \equiv q) = \emptyset$ ، $(p \wedge r) = \varphi$ وفي هذه الحالة

يكون البرهان كما يلي: