

البرهان

(1)	$p \rightarrow q$	}	{a.}
(2)	$r \rightarrow s$		
(3)	$p \vee r$		
(4)	$\neg(q \wedge s)$		
(5)	$\neg q \vee \neg s$	{RD _E : T 20, 4}	
(1.1)	q	{ad. a}	
(1.2)	$\neg s$	{OD: 5, 1.1}	
(1.3)	$\neg r$	{toll. : 2, 1.2}	
(1.4)	p	{OD: 3, 1.3}	
(6)	$q \rightarrow p$	{1.1 \rightarrow 1.4}	
(2.1)	s	{ad. a}	
(2.2)	$\neg q$	{OD: 5, 2.1}	
(2.3)	$\neg p$	{toll. : 1, 2.2}	
(2.4)	r	{OD: 3, 2.3}	
(7)	$s \rightarrow r$	{2.1 \rightarrow 2.4}	
	$(q \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow r)$	{JC: 6, 7}	

ولكن يجب أن نلاحظ أن هذه المقررة في غاية الأهمية، إذ قد تستق منها قواعد تطبيقية ذات فائدة كبيرة، فإذا كان عدد التضمنات التي لدينا n فإن قاعدة التضمنات العكسية في هذه الحالة تتخذ الصورة التالية:

$$\begin{array}{c}
 \phi_1 \rightarrow \psi_1 \\
 \phi_2 \rightarrow \psi_2 \\
 \dots\dots \\
 \phi_n \rightarrow \psi_n \\
 \phi_1 \vee \phi_2 \vee \dots \vee \phi_n \\
 \hline
 \neg(\phi_i \wedge \psi_j) \text{ for } 1 \leq i \neq j \leq n \\
 \hline
 \phi_1 \rightarrow \phi_1 \\
 \phi_2 \rightarrow \phi_2 \\
 \dots\dots \\
 \phi_n \rightarrow \phi_n
 \end{array}$$